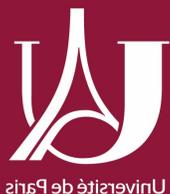


Modélisation : prolégomènes aux cours de l'école d'été

Michèle Artigue

Université de Paris & LDAR

EEDM 21



Plan

- Introduction
- Quelques repères
- Conceptualisation de la modélisation
- Modélisation et compétences
- Modélisation et technologies numériques

Introduction : pourquoi la modélisation particulièrement aujourd'hui ?

```
graph TD; A(Des raisons scientifiques); B(Des raisons curriculaires); C(Des raisons citoyennes);
```

Des raisons
scientifiques

Des raisons
curriculaires

Des raisons citoyennes

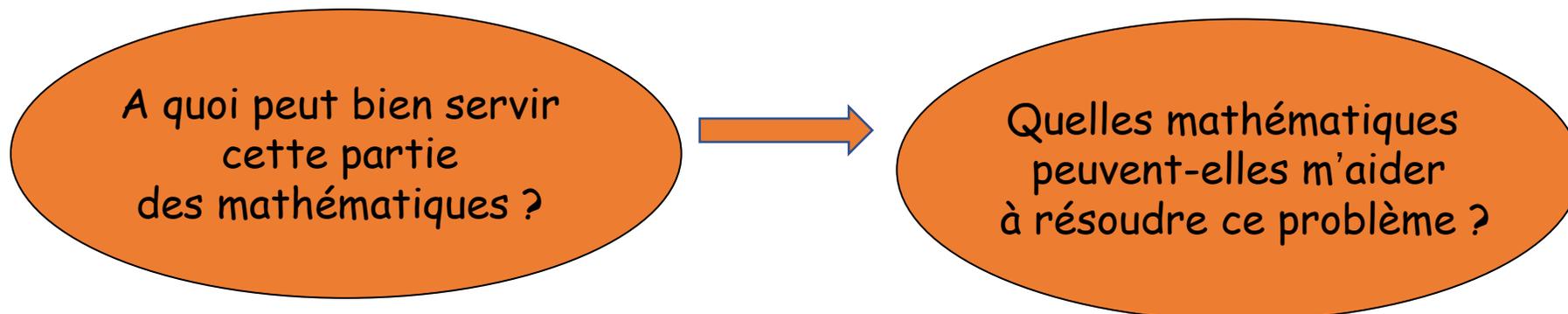
Des perspectives diverses (Blum, 2015)

- (pragmatic | authentic) → “*applied* modelling” (Burghes, Haines, Kaiser, and others; particularly rooted in the Anglo-Saxon tradition)
- (formative | cognitively rich) → “*educational* modelling” (Burkhardt/Swan, Blomhøj, and others)
- (cultural with an emancipatory intention | authentic) → “*socio-critical* modelling” (Keitel/Jablonka, Skovsmose, Julie, Barbosa, and others)
- (cultural concerning mathematics | epistemologically rich) → “*epistemological* modelling” (d’Ambrosio, Garcia, Bosch, and others; more rooted in the Romanic tradition)
- (psychological with marketing intention | motivating) → “*pedagogical* modelling” (by far the most important aspect in school)
- (psychological | mathematically rich) → “*conceptual* modelling” (Freudenthal, de Lange, Gravemeijer, and others)

Quelques repères

Quelques repères historiques

- Un intérêt pour ces questions qui est présent très tôt dans le monde de l'éducation mathématique : (SMSG, 1966), (Pollak, 1976), la fondation de COMAP en 1980, les conférences ICTMA initiées en 1983.
- Un basculement progressif de la vision classique des rapports entre les mathématiques et le monde extérieur en termes d'applications à une vision en termes de modélisation (voir l'étude ICMI 14).



Les travaux développés

- La compréhension de l'activité de modélisation, sa conceptualisation à des fins éducatives, l'identification de compétences associées.
- La conception d'activités de modélisation pour les différents niveaux d'enseignement, leur expérimentation, l'élaboration de projets curriculaires.
- L'apprentissage de la modélisation et l'identification des difficultés des élèves.
- L'enseignement de la modélisation et l'identification des obstacles à l'implémentation de pratiques de modélisation dans les classes.
- Les enseignants, leur rapport à la modélisation, leur formation et développement professionnel dans ce domaine.

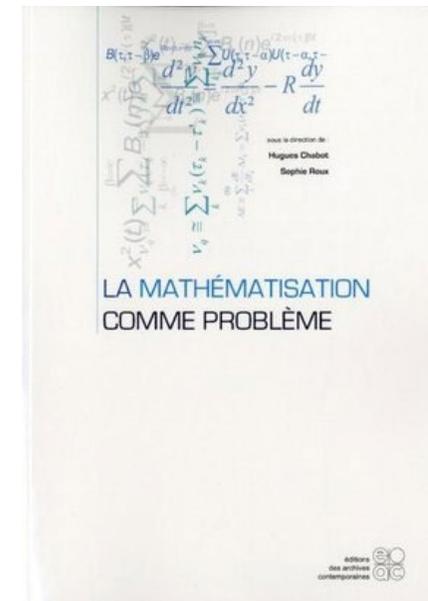
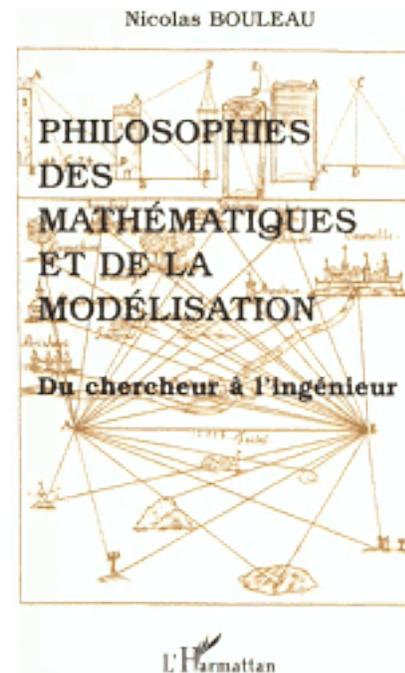
La didactique française

- Des didacticiens français longtemps peu présents sur la scène internationale dans ce domaine.
- Des raisons possibles dans :
 - les hiérarchies de valeur au sein des mathématiques elles-mêmes ;
 - les fondations théoriques de la didactique française :
 - Théorie des Situations Didactiques / Realistic Mathematics Education ;
 - une vision de la modélisation comme mise en relation de systèmes qui ne met pas la relation avec l'extra-mathématique au centre de la conceptualisation (Chevallard).

La conceptualisation de la modélisation

Epistémologie, histoire et philosophie des mathématiques

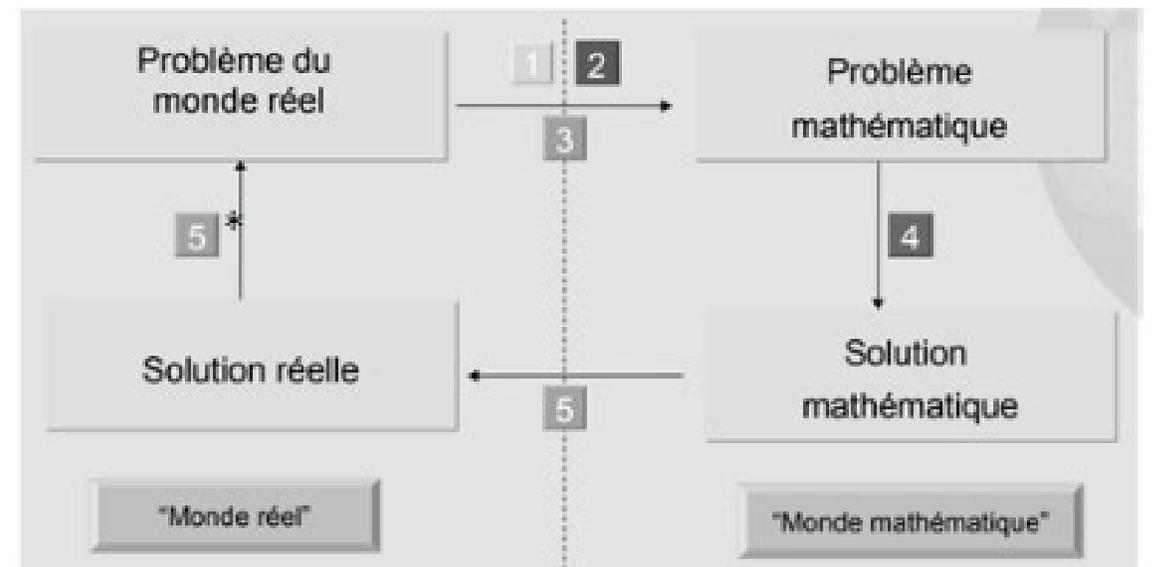
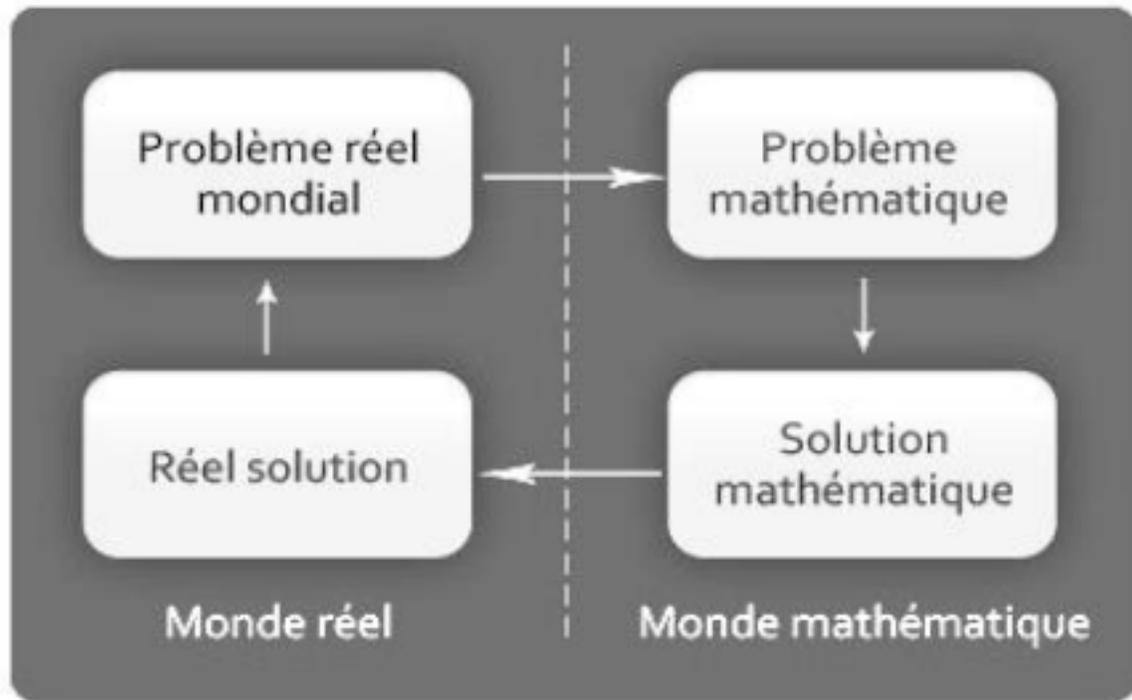
- Une contribution essentielle pour penser la modélisation.
- Quelques travaux qui me semblent particulièrement inspirants :



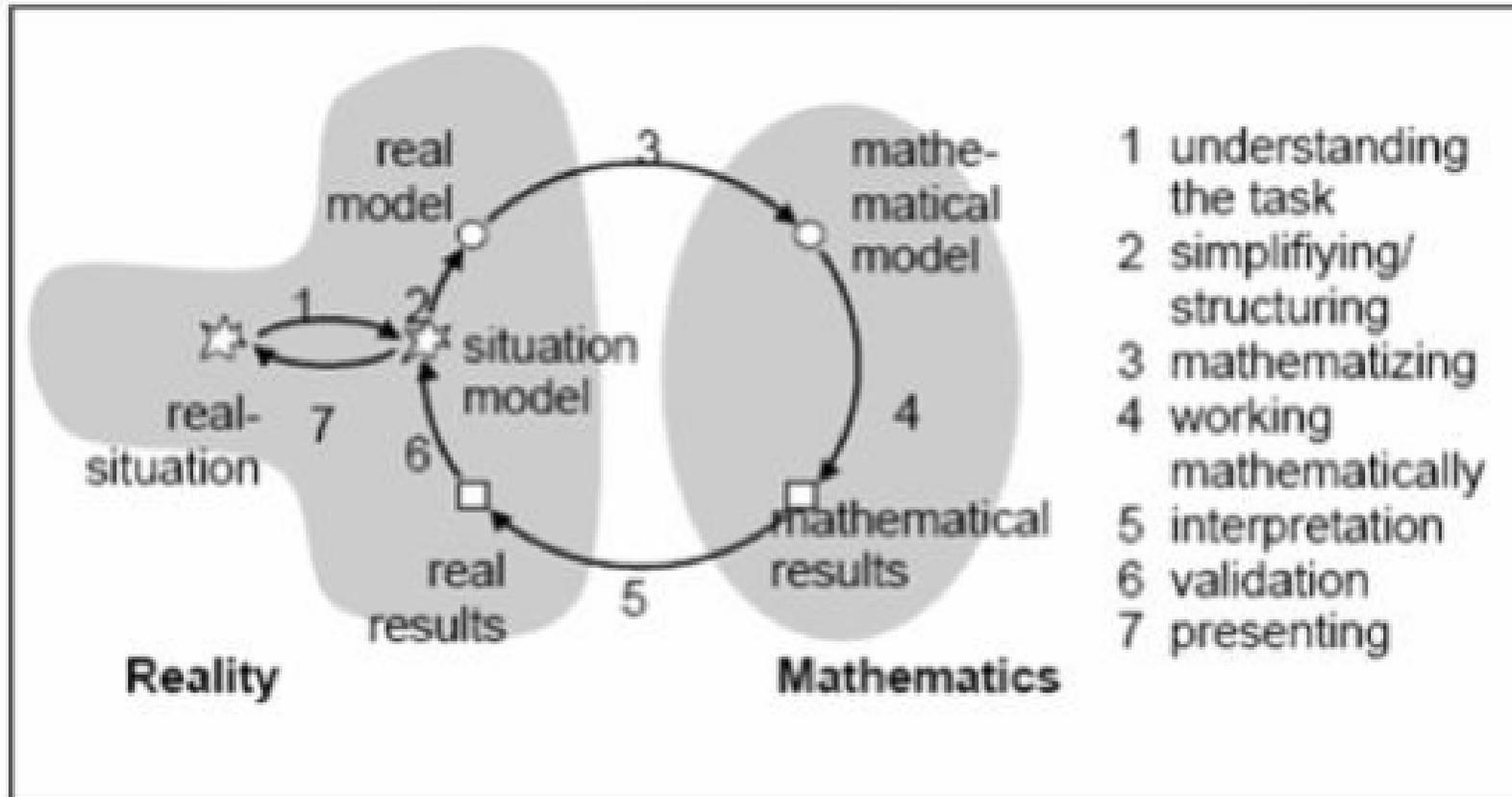
La modélisation, forme de mathématisation

- La modélisation comme application d'un fragment de mathématiques à un fragment de réalité et le dépassement des analogies mécaniques dominantes.
- Des caractéristiques : caractère local, sans ambition ontologique, à visée opérationnelle.
- La distinction entre trois formes de mathématisation : quantification, formalisation, modélisation (Roux).
- La diversité des modèles pour une même situation et les questions d'échelle, la très grande adaptabilité des modèles et ses effets en termes de validation/invalidation, des concepts qui dépendent étroitement des modèles (Bouleau).

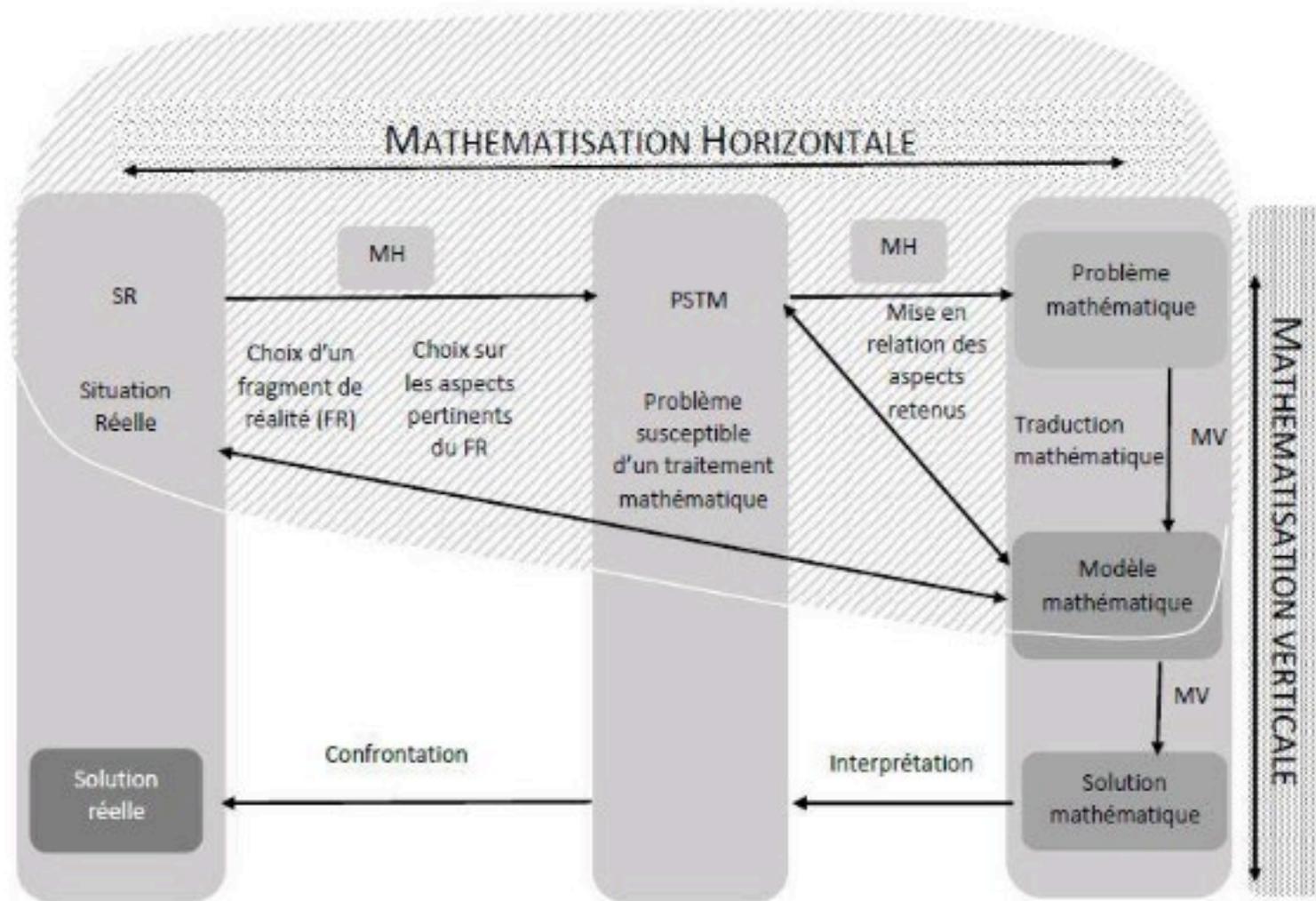
La vision cyclique de la modélisation : LEMA et PISA



La vision cyclique : Blum et Leiss (2005)



MH et MV retravaillées par Sonia Yvain-Prebiski (2018)



Mathématisations horizontale et verticale

Mathématisation horizontale

- Identifier ou décrire les mathématiques spécifiques dans un contexte général
- Schématiser, formuler et visualiser un problème de différentes manières
- Découvrir des relations, des régularités
- Reconnaître l'aspect isomorphe de différents problèmes
- Transférer un problème du monde réel à un problème mathématique

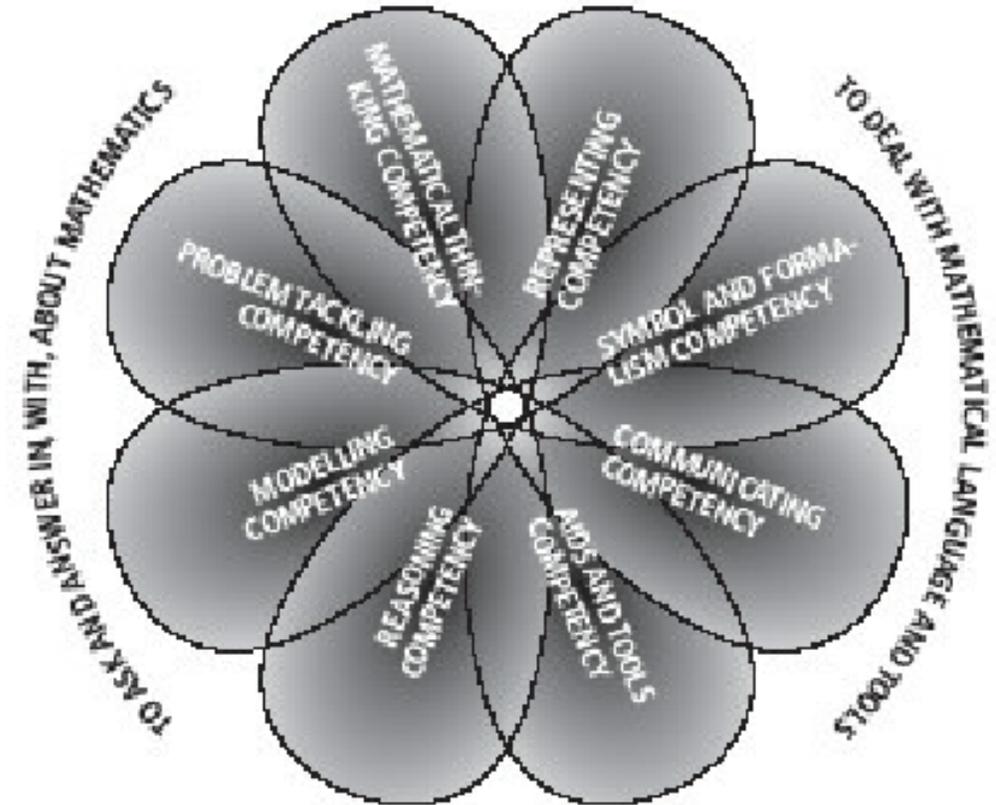
Mathématisation verticale

- Représenter une relation dans une formule
- Prouver des régularités
- Affiner et ajuster des modèles
- Utiliser différents modèles, combiner et intégrer des modèles
- Formuler un modèle mathématique et le généraliser

Modélisation, compétences,
démarches d'investigation

Modélisation et compétences

- L'inscription de la modélisation dans le langage des compétences : une émergence au Danemark à la fin des années 90.
- L'influence curriculaire du projet danois KOM et du programme PISA de l'OCDE, lui-même inspiré par KOM et RME.



La compétence de modélisation dans KOM

- Deux dimensions :
 - la capacité à construire activement des modèles mathématiques dans des contextes, situations, domaines variés pour gérer des sujets extra-mathématiques ;
 - la capacité à analyser des modèles mathématiques construits par d'autres ou par soi-même, et leurs fondations, et à examiner de façon critique leur champ d'action et leur validité.
- Une compétence en interaction avec les autres compétences et au service d'une compétence mathématique globale définie comme « an individual's capability and readiness to act appropriately and in a knowledge-based manner, in situations and contexts that involve actual or potential mathematical challenges of any kind ».

Mais une diversité d'approches dans la communauté ICTMA

- Avec la coexistence d'approches top-down et bottom-up :
 - top-down : partir d'une compétence globale de modélisation et identifier des éléments ou sous-compétences associés ;
 - bottom-up : partir du cycle de modélisation et associer des compétences à ses différentes étapes.
- Des discussions aussi sur la place à accorder à la métacognition et aux attitudes dans les compétences de modélisation.
- Des approches et catégorisations qui ont un impact sur les choix didactiques faits en matière d'enseignement de la modélisation (holistique/atomiste), les évaluations associées, et l'écologie scolaire de la modélisation.

Modélisation et démarches d'investigation

- Des relations étroites bien mises en évidence par différents projets européens sur l'IBL (Inquiry-based learning) et l'IBE (Inquiry-based education en mathématiques et en sciences (par exemple Primas, Mascil, MasDiv).
- Une relation aussi théorisée dans la TAD : le changement de paradigme (du monumentalisme au paradigme de questionnement du monde) est associé au dépassement d'une vision applicationniste des rapports entre les mathématiques et le monde au profit d'une vision en termes de modélisation, dans laquelle s'inscrivent les PER.
- Des questionnements partagés sur la(les) fonction(s) de ces pratiques et leur rôle et positionnement dans les apprentissages : but en soi ou outil.

Modélisation et technologie

Modélisation et technologie

- Un rôle des outils technologiques qui dépasse le seul appui à la représentation et au calcul dans le modèle mathématique, et concerne a priori toutes les phases du cycle de modélisation.

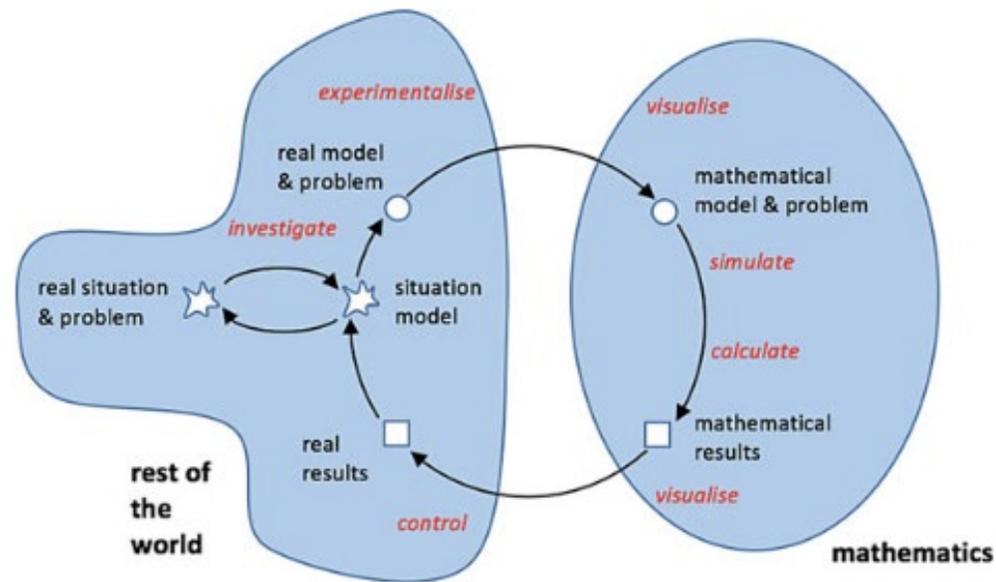


Fig. 9 Possible use of digital tools for modelling (Greefrath 2011, p. 303)

Un cycle de modélisation étendu

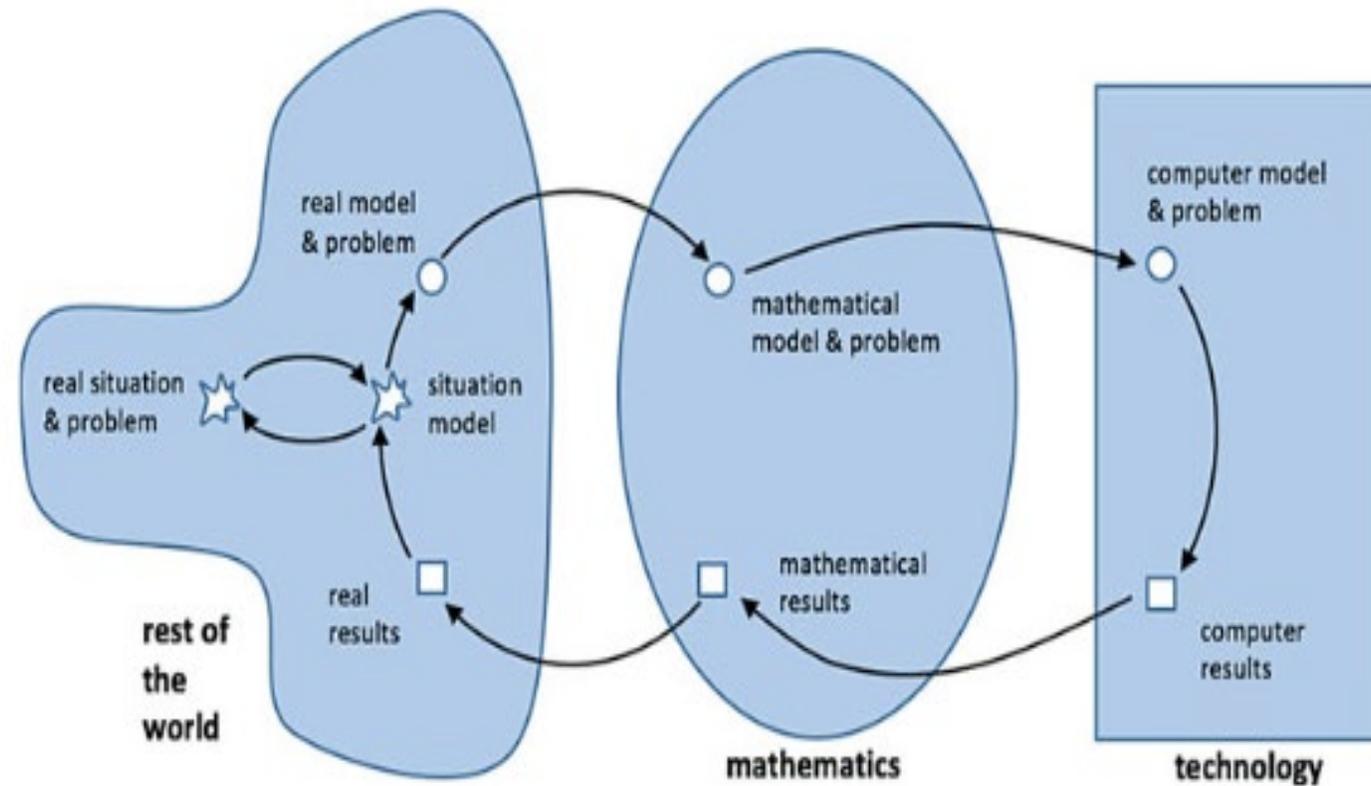


Fig. 10 Extended modelling cycle (Greefrath 2011, p. 302)

La revue de littérature (Molina-Toro, Rendón-Mesa & Villa-Ochoa, 2019)

- Une revue de littérature sur dix ans basée sur une sélection de 32 articles référencés dans Scopus et 12 chapitres d'ouvrages (colloques ICTMA, Monographie ICME-13...) et interrogeant les rôles attribués et les usages faits des technologies numériques
- La distinction intéressante faite entre :
 - la technologie vue comme une ressource parmi celles nombreuses qui accompagnent l'activité de modélisation sans la modifier substantiellement ;
 - la technologie vue comme un instrument qui réorganise en profondeur l'activité de modélisation. Elle est essentielle au processus qui ne peut exister sans elle, ou donnerait alors des résultats très différents.
- Et, dans le second cas, l'appui sur des concepts théoriques qui permettent de penser cette réorganisation comme le concept de Human-with-Media de Borba & Villarreal (2005).
- Des usages variés qui concernent toutes les étapes du cycle de modélisation.

Quelles ressources technologiques ?

- L'usage de technologies classiques en éducation mathématique (CAS utilisés aussi pour programmer, DGS, tableurs) et logiciels intégrant ces différentes fonctionnalités comme GeoGebra, mais un usage sur des supports de plus en plus variés (tablettes, téléphones...)
- L'usage croissant de logiciels dédiés (ex. Modellus) et/ou aussi utilisés dans d'autres disciplines, d'applets, applications, jeux, outils de simulation, outils de création et d'analyse de vidéos..., et bien sûr de l'Internet pour accéder à des informations et données.
- L'usage croissant aussi de l'Internet, de plateformes et d'outils de communication, pour organiser et distribuer le travail, échanger hors classe, collaborer.

Des besoins de recherche évidents

- Sur la façon dont ces évolutions technologiques affectent les activités de modélisation et les apprentissages qui peuvent en résulter, leur gestion didactique, leur écologie scolaire.
- Mais aussi sur les besoins spécifiques de ces activités de modélisation en termes de genèses instrumentales et genèses d'usage.
- Des questions relatives à la modélisation mais qui rejoignent celles que pose au champ didactique plus généralement l'évolution technologique mais aussi l'évolution des usages éducatifs des technologies numériques qu'a induit la pandémie.

Références

- Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 45(6), 797- 810.
- Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? In S. J. Cho (Ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 73-98). Cham : Springer.
- Bouleau, N. (1999). *Philosophie des mathématiques et de la modélisation : du chercheur à l'ingénieur*. Paris : L'Harmattan.
- Israel G. (1996). *La Mathématisation du réel*. Paris : Editions du Seuil.
- Niss, M., & Blum, W. (2020). *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling*. IIMPACT Series. Londres : Routledge.
- Maaß, K., & Engeln, K. (2018). Impact of professional development involving modelling on teachers and their teaching. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 50(1/2), 273-285.

Références

- Molina-Toro, J.F., Rendón-Mesa, P.A., & Villa-Ochoa, J. A. (2019). Research trends in digital technologies and modeling in mathematics education. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(8), 1-13. <https://doi.org/10.29333/ejmste/108438>
- Prebiski, S. (2018). *Etude de la transposition à la classe de pratiques de chercheurs en modélisation mathématique dans les sciences du vivant. Analyse des conditions de la dévolution de la mathématisation horizontale aux élèves*. Thèse de doctorat : Université de Montpellier.
- Roux, S. (2011). Pour une étude des formes de la mathématisation. In H. Chabot et S. Roux (Eds.), *La mathématisation comme problème* (pp. 3-38) Paris: Editions des Archives Contemporaines.